



Di: Diego Rosa

Influenza della rotazione della Terra sulla circolazione atmosferica (Seconda parte)

Venti geostrofici e ciclostrofici

Abbiamo visto nella prima parte come in ogni punto della Terra si possa individuare una rotazione locale dell'orizzonte con asse perpendicolare alla superficie terrestre, rotazione che varia come $\sin\phi$, essendo ϕ la latitudine del luogo.

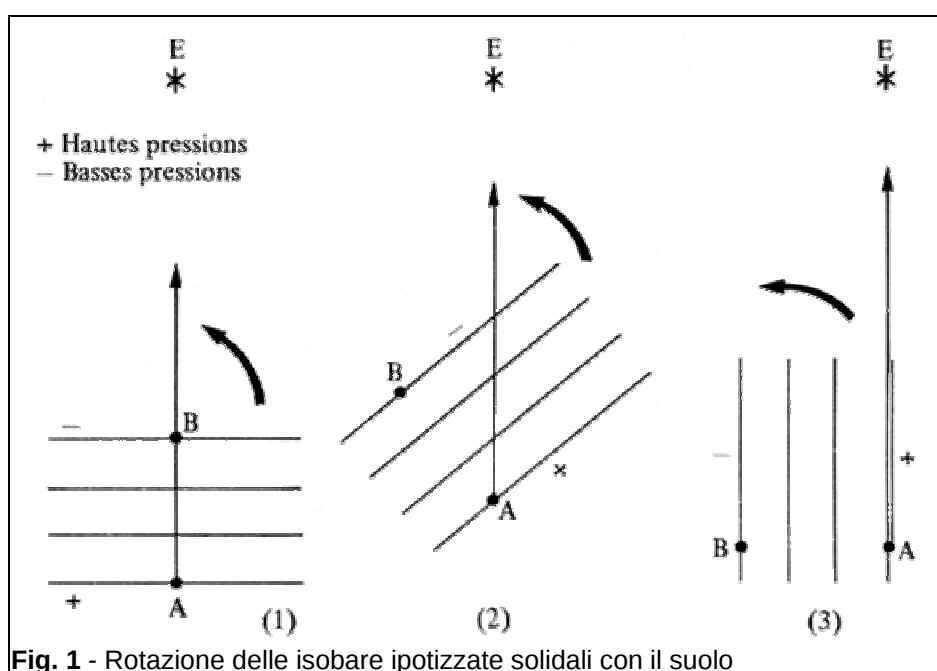


Fig. 1 - Rotazione delle isobare ipotizzate solidali con il suolo

Immaginiamo ora una massa d'aria che si muova sotto la spinta di un gradiente di pressione da A a B (fig.1). Per inerzia tale massa tenderà a mantenere una direzione fissa rispetto alla stella fissa sull'orizzonte E , mentre le isobare, solidali con il suolo, ruoteranno verso sinistra.

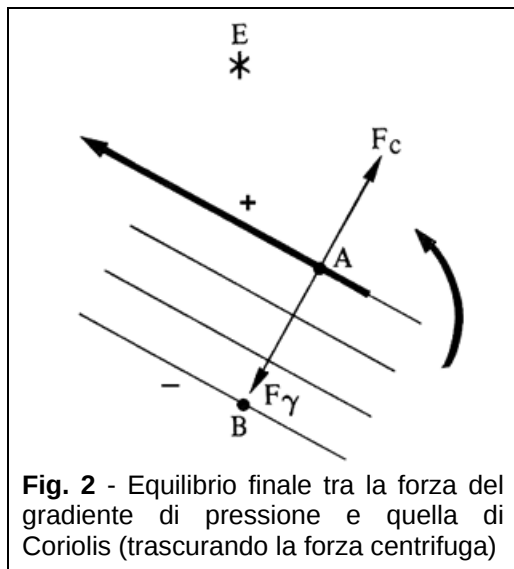


Fig. 2 - Equilibrio finale tra la forza del gradiente di pressione e quella di Coriolis (trascurando la forza centrifuga)

Per un osservatore sulla terra tutto avviene come se la massa d'aria fosse spinta da una forza (apparente) verso destra che ne fa deviare la traiettoria . E tale deviazione continuerà fintantoché il flusso non si disponga parallela alle isobare, stadio 3 della fig. 1. Oltre la deviazione non può procedere perché le particelle d'aria dovrebbero andare da una pressione più bassa ad una più alta forzando il gradiente. Si stabilisce così un equilibrio tra la forza del gradiente di pressione F_γ , quella deviante verso destra rispetto alla direzione del movimento F_c , detta forza di Coriolis, dal nome del matematico francese Gaspard-Gustave de Coriolis che per primo la mise in evidenza (fig. 2) e quella centrifuga (nelle traiettorie curve delle depressioni e degli anticicloni, detta forza ciclostrofica, importante solo nei casi dei cicloni tropicali e dei tornados). Il vento tende così a scorrere parallelo alle isobare avendo sempre la bassa pressione alla sua sinistra (vento geostrofico).

Il fatto che la corrente si disponga perpendicolarmente sia al gradiente di pressione che alla forza di Coriolis fa sì che la velocità si mantenga uniforme salvo il caso di un avvicinamento od al contrario di un distanziamento delle isobare nel qual caso la conservazione della portata di massa dentro il canale di flusso da esse definito ne provoca un aumento o rispettivamente una diminuzione. Questo vale quando l'attrito dell'aria con il suolo è trascurabile. Ciò avviene in pratica sopra gli oceani e sopra le pianure dei continenti a quote superiori ai 2000 m. In altri casi il vento tende ad avere una componente diretta secondo il gradiente di pressione componente sempre più importante all'aumentare della rugosità del suolo. In Europa centrale la deviazione (verso sinistra rispetto alla direzione geostrofica) può raggiungere anche i 30 – 45° alle quote medie. A stretto contatto con il suolo la direzione è quella del gradiente.

L'accelerazione di Coriolis determina che la circolazione delle correnti nei cicloni e negli anticicloni avvenga, nell'emisfero Nord, risp. in senso antiorario ed orario, in senso opposto nell'emisfero Sud

Determinazione dell'accelerazione di Coriolis

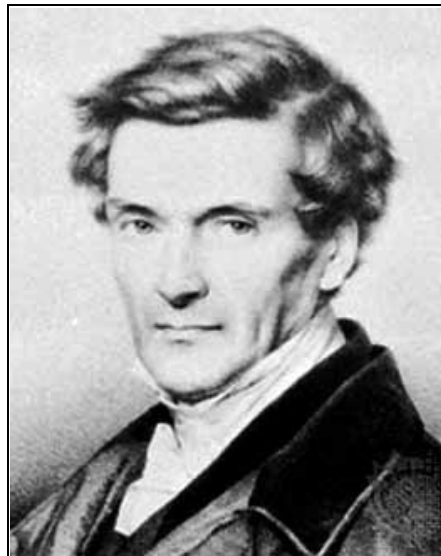


Fig. 3 - Gaspard - Gustave de Coriolis. 1792-1843

L'accelerazione di Coriolis è dovuta alla rotazione della terra e si può determinare abbastanza facilmente con i metodi della meccanica razionale.

Diamo per assunto che le operazioni più elementari con i vettori siano conosciute, pur tuttavia le richiamiamo qui brevemente.

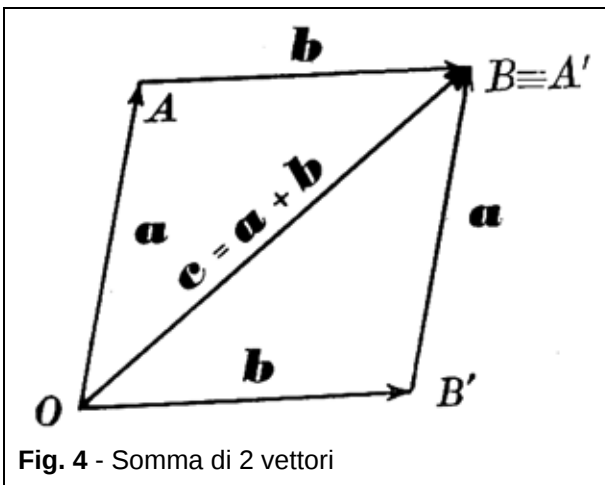


Fig. 4 - Somma di 2 vettori

Vettore è un oggetto matematico che può ben essere rappresentato da un segmento orientato di cui sia indicato una direzione, un verso ed una grandezza (o intensità o modulo) ed un punto di applicazione. Ad es. P-O nello spazio ordinario a 3 dimensioni è il vettore rappresentato dal segmento orientato che collega O a P. Normalmente si indicano i vettori con una lettera in grassetto come $\mathbf{u}$ od $\mathbf{U}$, oppure con una lettera soprasssegnata come $\tilde{a}$ od ancora come sopra, con P-O.

I vettori si possono sommare o sottrarre o moltiplicare per un numero reale ottenendo sempre un vettore. La somma dei vettori gode (Fig.4) della proprietà associativa: $\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$ e di quella commutativa: $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$

Il prodotto di un numero per un vettore è un vettore che ha la stessa direzione, verso coincidente od opposto a secondo che il numero sia positivo o negativo, intensità moltiplicata per quel numero. Tale prodotto gode della proprietà distributiva rispetto alla somma dei vettori $a \cdot (u+v) = au + av$. Due vettori si dicono equipollenti se sono uguali pur potendo avere il loro punto di applicazione differente.

La somma di 2 vettori a e b si ottiene, dato un punto O scelto ad arbitrio, definendo il punto A tale che $A=O+a$ e $B=A+b$. Il vettore $B-O=c$ è la somma di $a+b$. che è anche pari alla diagonale del parallelogramma che ha per lati questi 2 vettori (fig. 4).

Tra i vettori si definiscono 2 tipi di prodotto: Il prodotto scalare od esterno che associa a 2 vettori a e b il numero (reale) pari al prodotto dei loro moduli per il coseno dell'angolo da essi formato.

Tale prodotto che è indicato come $a \cdot b$ nelle letteratura italiana, $a \cdot b$ in quella francese ed anglosassone, gode della proprietà associativa, commutativa e distributiva rispetto la somma.

Il prodotto vettoriale o vettore od esterno, associa a due vettori a e b un vettore c perpendicolare al piano definito dai 2 vettori con direzione di una vite destrogira da a a b e modulo pari al prodotto dei moduli per il seno dell'angolo da essi formato. Tale prodotto denotato con $a \wedge b$ nella letteratura italiana o più comunemente in quella anglosassone con $a \times b$ (fig. 5) è associativo e distributivo rispetto alla somma dei vettori ma non è commutativo giacché $a \times b = -b \times a$

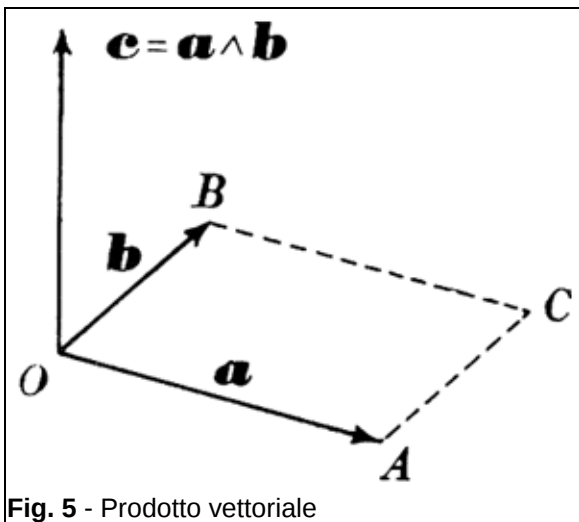


Fig. 5 - Prodotto vettoriale

Sia dato un sistema di assi cartesiani x, y, z con origine in O ed un vettore a (fig. 6).

Portiamo l'origine di a in O . E' abbastanza evidente che il vettore a uguale a $P-O$ può essere concepito come la somma (o risultante) dei 3 vettori dati dalla sua proiezione sugli assi coordinati. Identifichiamo la direzione ed il verso di questi assi con tre vettori di modulo pari all'unità i, j, k . I tre vettori componenti si potranno esprimere risp. come x_i, y_j, z_k , essendo x, y, z la loro lunghezza rispetto all'unità prescelta, cosicché si avrà

$$a = x_i + y_j + z_k$$

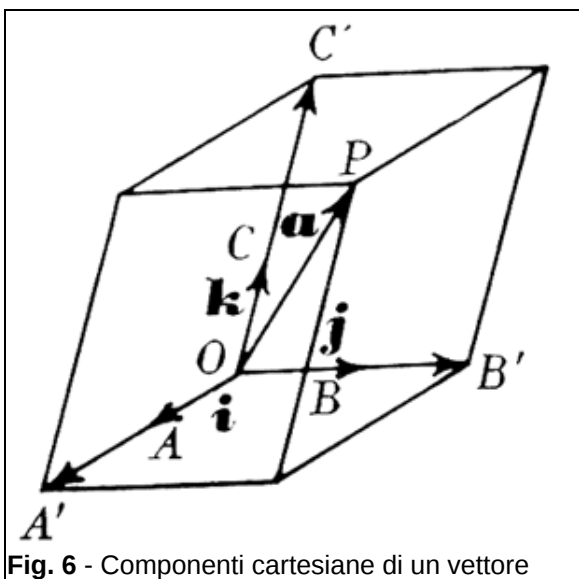


Fig. 6 - Componenti cartesiane di un vettore

Se gli assi sono ortogonali e destrogiri, i vettori i, j, k detti anche versori, costituiscono la terna fondamentale di riferimento. Ancora se il vettore a è di lunghezza unitaria i numeri x, y, z corrispondono ai coseni degli angoli che il vettore dato fa con quelli di riferimento e vengono chiamati coseni direttori.

Derivata di un vettore

Sia u un vettore dipendente da una variabile t , cioè si abbia $u = u(t)$ esprimendo con le parentesi un legame funzionale. Il rapporto incrementale

$$\Delta u / \Delta t = (u(t+\Delta t) - u(t)) / \Delta t$$

dove Δu e Δt esprimono un incremento risp. di u e di t , al tendere di Δt a zero può tendere ad un valore limite che costituisce la derivata del vettore u rispetto a t . Derivata che si esprime come du/dt . Oppure con un apice u'

Come per la derivata della somma e del prodotto di funzioni abbiamo:

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = uv' + u'v \text{ (prodotto scalare)}$$

$$(u \wedge v)' = u \wedge v' + u' \wedge v \text{ (prodotto vettoriale)}$$

sicché si ha per i versori di lunghezza unitaria i, j, k due a due ortogonali

alle relazioni :

$$i^2 = i \times i = 1, j^2 = 1, k^2 = 1; i \times j = 0, j \times k = 0, k \times i = 0$$

e tenendo conto che la derivata di una costante è 0 e che $(i^2)' = (i \times i)' = 2(i' \times i)$ ed analoghe

si ha

$$i' \times i = 0, j' \times j = 0, k' \times k = 0 \text{ ed ancora:}$$

$$i' \times j + j' \times i = 0, j' \times k + k' \times j = 0, k' \times i + i' \times k = 0$$